

## Brouillard givrant

Une voiture avance en ligne droite à la vitesse  $v$  dans un brouillard constitué de gouttelettes surfondues<sup>1</sup> à la température de l'air  $T_0 = 265$  K dans lequel elles évoluent à une vitesse négligeable. En moyenne, le diamètre des gouttelettes est de  $20 \mu\text{m}$  et on en trouve une par  $\text{mm}^3$ . Le pare-brise est rectangulaire. Il fait un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale et a pour épaisseur  $e = 2$  mm.

À leur arrivée sur le pare-brise, les gouttelettes s'y déposent avec un arrêt de la surfusion et une évolution quasi-instantanée vers l'état le plus stable possible dans des conditions supposées adiabatiques. On suppose que l'épaisseur d'eau présente sur le pare-brise reste très faible grâce aux essuie-glaces qui l'évacuent régulièrement.

1. Montrer qu'en l'absence de chauffage dans la voiture, de la glace tend à se former sur le pare-brise.
2. Quelle température faut-il maintenir à l'intérieur de la voiture pour éviter tout risque de givrage ?

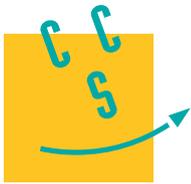
*Application numérique.*  $v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Discuter la modélisation effectuée.

3. Sur la base d'ordres de grandeurs raisonnables, estimer la puissance transférée au niveau du pare-brise, la cadence nécessaire de balayage des essuie-glaces et le surplus de puissance consommée pour éviter le givrage. Commenter.

*Données*

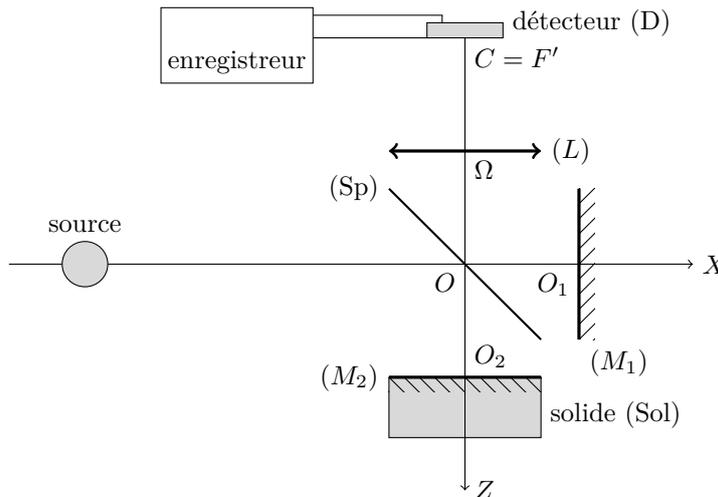
- Masse volumique de l'eau :  $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .
- Capacités thermiques massiques de l'eau :
  - $c_\ell = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  (liquide) ;
  - $c_g = 2,10 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  (glace).
- Enthalpie massique de fusion de la glace à  $0^\circ\text{C}$  :  $L_f = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
- Conductivité thermique du verre  $\lambda = 1,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .
- Coefficient d'échange aux interfaces air/verre  $h = 50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

<sup>1</sup> c'est à dire liquide en dessous de la température de fusion; c'est un état stable, mais pas le plus stable (qui serait l'état solide): on parle d'« état métastable »

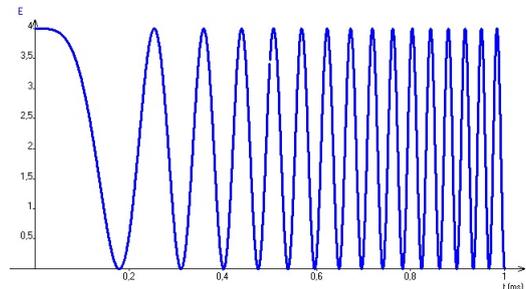


Mesure du champ de pesanteur

Un interféromètre de Michelson est éclairé par une source monochromatique (longueur d'onde  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) étendue, centrée sur l'axe  $OX$ . On note  $\ell_1$  la longueur  $OO_1$  et  $\ell_2$  la longueur  $OO_2$ . Cette longueur est variable, car  $(M_2)$  est relié à un solide (Sol) mobile en translation selon  $OZ$ . On note  $e = \ell_2 - \ell_1$ .  $(L)$  est une lentille convergente de centre optique  $\Omega$  de distance focale image  $f' = 1,0 \text{ m}$  et de foyer image  $F'$ .



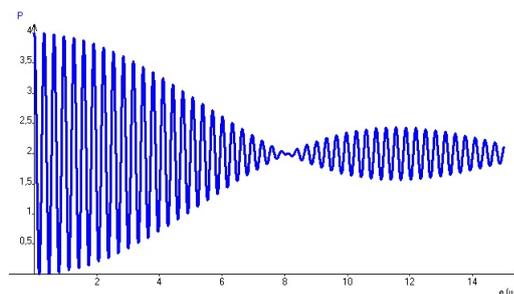
1. Le solide (Sol) est en chute libre. Il est lâché sans vitesse à  $t = 0$  et  $e(t = 0) = 0$ . Le graphe ci-contre représente l'éclairement au point  $F'$  en fonction du temps.

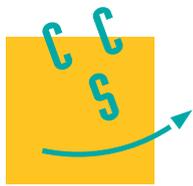


En déduire la valeur du champ de pesanteur terrestre  $g$ .

2. L'enregistreur utilisé est une photodiode qui est un petit disque de rayon  $R$  centré en  $F'$  et placé perpendiculairement à  $OZ$ . Cette photodiode délivre un signal électrique (correspondant à l'enregistrement précédent) proportionnel à la puissance lumineuse totale reçue par le disque.

- a. Quelle est l'intensité lumineuse reçue à une distance  $r$  de  $F'$ , dans le plan focal image de la lentille ?
- b. Si  $e$  est telle que l'intensité est maximale en  $F'$ , quelle est la dimension de la première frange sombre ?
- c. On représente sur le graphe ci-dessous la puissance lumineuse totale  $P$  reçue par la photodiode en fonction de  $e$ . En déduire la valeur du rayon  $R$ .





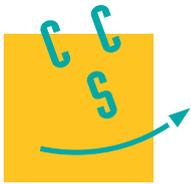
## Conducteur

Un métal de conductivité  $\lambda$  occupe le demi-espace  $x < 0$  tandis que le demi-espace  $x > 0$  est vide. Tout cylindre  $\mathcal{C}$ , de section droite  $S$ , perpendiculaire à l'axe  $(Ox)$  et s'étendant dans le demi-espace  $x < 0$  contient la charge  $Q_S$ .

On s'intéresse dans cet exercice à un phénomène fin : la contribution de la loi locale d'OHM au vecteur densité de courant, on ajoute le terme  $-D \overrightarrow{\text{grad}} \rho$  où  $D$  est un scalaire constant et  $\rho(x)$  la densité volumique de charges (ce terme rend compte des interactions des charges mobiles avec les autres charges mobiles et les ions du réseau).

Lorsque le métal est à l'équilibre électrostatique, déterminer :

1. le champ électrostatique en tout point de l'espace et commenter le cas où  $D \rightarrow 0$  ;
2. la force qui s'exerce sur tout cylindre  $\mathcal{C}$  et commenter.



## Conducteurs cylindriques à l'équilibre

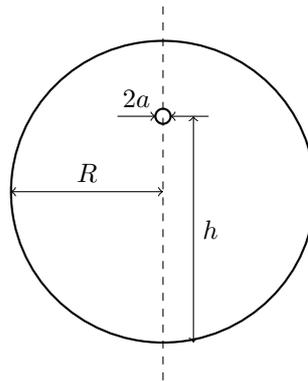
Deux armatures cylindriques concentriques identiques, parallèles, seules dans l'espace, sont séparées de la distance  $d$  très grande devant leur rayon  $a$ . L'hypothèse  $d \gg a$  permet de considérer que les densités de charges sont uniformes à la surface de chaque cylindre conducteur. Les armatures portent des charges opposées, ce que nous représentons par deux charges linéiques,  $\lambda$  et  $-\lambda$ , associées aux deux cylindres respectivement. L'air baignant les deux cylindres est assimilé au vide ; l'ensemble est à l'équilibre.

Le système étant supposé invariant dans la direction des cylindres, notée  $z$ , l'étude est limitée à un plan perpendiculaire aux cylindres.  $O$  étant, dans ce plan, le point à égale distance des centres des deux cylindres, on note  $Ox$  l'axe allant du cylindre chargé négativement ( $-\lambda$ ) vers le cylindre chargé positivement ( $\lambda$ ). Un axe  $Oy$  complète les deux précédents de telle sorte que  $(Ox, Oy, Oz)$  est un repère orthonormé direct.

1. Exprimer les potentiels électrostatiques  $V_+$  et  $V_-$  auxquels sont portés respectivement le cylindre chargé  $\lambda$  et le cylindre chargé  $-\lambda$ .
2. Expliquer pourquoi le système des deux conducteurs peut être considéré comme un condensateur, dont on exprimera la capacité linéique  $\Gamma$ .

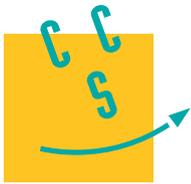
Application numérique :  $d = 12$  m,  $a = 5$  mm ; la permittivité électrique du vide est  $\varepsilon_0 = 8,8 \times 10^{-12}$  F · m<sup>-1</sup>.

3. Les surfaces équipotentielles apparaissent dans le plan  $(Oxy)$  comme des courbes. Faire tracer plusieurs d'entre elles, au moyen de la feuille de calcul Maple jointe. Qu'observez-vous ? On justifiera bien sûr les calculs proposés par cette feuille de calcul.
4. *Application* : un conducteur cylindrique de rayon  $a$  passe dans un tunnel cylindrique conducteur de rayon  $R$ , parallèle à l'axe de celui-ci. Il est à hauteur  $h$  constante au dessus du sol. Le potentiel du tunnel sera pris nul (potentiel de la terre). Le cylindre conducteur est porté au potentiel  $V_c = 1,5$  kV.



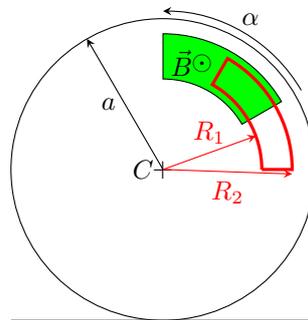
5. Donner l'expression de la capacité linéique  $\Gamma$  du système, ainsi que du champ électrique à la surface du conducteur cylindrique.

Application numérique :  $R = 4$  m,  $h = 6$  m et  $a = 5$  mm.



## Cycliste

Un cycliste, soucieux d'économiser ses patins de frein, met à profit ses connaissances de physique et installe sur son vélo un dispositif électromagnétique. Un électroaimant crée, à la demande du cycliste, un champ magnétique horizontal stationnaire perpendiculaire à une des deux roues dans une zone restreinte (zone colorée ci-dessous). Pour simplifier l'étude, nous supposerons le champ magnétique uniforme dans cette zone. Sur une roue dépourvue de rayons (roue lenticulaire : disque non conducteur) est fixé un contour en cuivre donc la forme est visible sur le schéma ci-dessous (contour en trait gras de même largeur angulaire  $\alpha$  que la zone colorée, de rayons intérieur et extérieur  $R_1$  et  $R_2$ ). Comme le montre la figure, le contour peut pénétrer entièrement dans la zone où règne un champ magnétique.

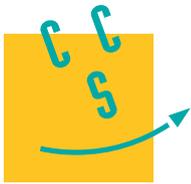


Le cycliste actionne l'électroaimant alors qu'il roule en ligne droite à une vitesse  $V_0$ .

1. Sur quel argument qualitatif se base le cycliste-physicien pour expliquer le dispositif choisi ?
2. Déterminer l'évolution temporelle de la vitesse angulaire des roues au cours du premier tour de roue où l'électroaimant est actionné. On donnera en particulier la diminution de vitesse angulaire au bout du premier tour.
3. Combien de tours sont nécessaires pour un arrêt complet du vélo ? Quelle est la distance parcourue au cours du freinage ?
4. Quel phénomène gênant apparaît dans le fil de cuivre ? Avec quelle(s) conséquence(s) ?

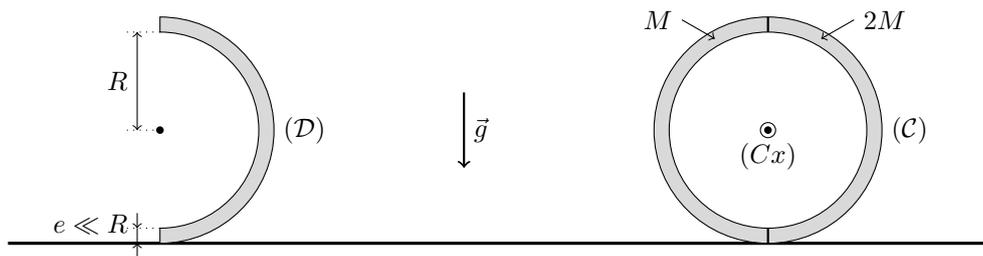
Les applications numériques seront effectuées avec les données suivantes

- Vitesse initiale  $V_0 = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .
- Masse de l'ensemble {cycliste + vélo} : 80 kg.
- Roue lenticulaire de diamètre  $2a = 700 \text{ mm}$ , de masse  $m = 1,2 \text{ kg}$ , de moment d'inertie par rapport à son axe de rotation  $J = \frac{1}{2}ma^2$ .
- Zone de champ magnétique :  $\alpha = 0,20 \text{ rad}$ ,  $B = 1,0 \text{ T}$ .
- Contour en cuivre de section  $s = 2,5 \text{ mm}^2$ , de résistivité  $\rho = 1,7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ,  $R_1 = 25 \text{ cm}$ ,  $R_2 = 30 \text{ cm}$ , même ouverture angulaire  $\alpha$  que la zone de champ magnétique.



## Un puis deux demi-cylindres

On étudie d'abord un solide ( $\mathcal{D}$ ) en forme de demi-cylindre homogène, de masse  $m$ , de rayon  $R$  et d'épaisseur négligée (cf. ci-dessous à gauche). On associe ensuite deux demi-cylindres de même rayon et de masses respectives  $M$  et  $2M$  pour former un cylindre rigide ( $\mathcal{C}$ ), de rayon  $R$ , d'axe horizontal ( $Cx$ ), posé sur le plan horizontal ( $Oxy$ ) sur lequel il peut rouler sans glissement sous l'action du champ de pesanteur d'intensité  $g$  (cf. ci-dessous à droite).

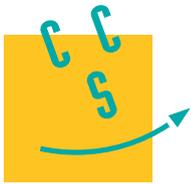


1. Quelle signification physique peut-on associer aux calculs menés dans la feuille de calcul Maple jointe ? En particulier, comment interprétez-vous les grandeurs  $a$  et  $J$  qui y sont calculées ?

*On n'hésitera pas à poursuivre l'étude en s'appuyant sur la même feuille de calcul !*

2. On abandonne sans vitesse initiale le solide ( $\mathcal{C}$ ) à partir de la position représentée sur le schéma ci-dessus. Décrire le mouvement.

En particulier, étudier la condition d'absence de glissement (au moins au début du mouvement) ; déterminer dans ce cas une durée caractéristique de l'évolution du système et l'allure de son portrait de phase.

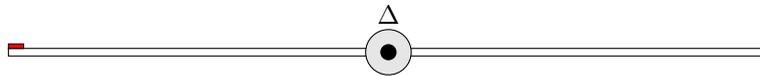


## Déséquilibre d'une planche

Une planche rectangulaire homogène de masse  $M$  et de longueur  $L$  est susceptible de tourner autour d'un axe horizontal  $\Delta$  (liaison pivot parfaite) délimitant la planche en deux parties égales. On dépose une pièce carrée homogène de côté  $a \ll L$  et de masse  $m$  à une des extrémités de la planche.

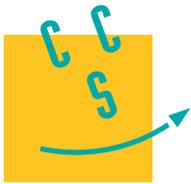
Le moment d'inertie de la planche par rapport à l'axe  $\Delta$  est :  $J = \frac{1}{12}ML^2$ .

$M = 100 \text{ g}$  ;  $m = 10,0 \text{ g}$  ;  $L = 1,0 \text{ m}$  ;  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$



L'ensemble est lâché sans vitesse initiale dans une position initiale horizontale. On observe que la pièce commence à glisser après une rotation de  $9,0 \pm 0,5$  degrés.

1. Déterminer le coefficient de frottement  $f$  entre la pièce et la planche.
2. Calculer la vitesse angulaire de rotation de la planche au moment où le glissement s'amorce.
3. Un enregistrement vidéo du mouvement permet une analyse image par image toutes les 40 millisecondes. Obtient-on la précision angulaire de 0,5 degrés sur la mesure de l'angle de début de glissement ?



## Filtrage

On considère le montage de la **figure 1** où  $R = 10 \text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 1,0 \mu\text{F}$ .

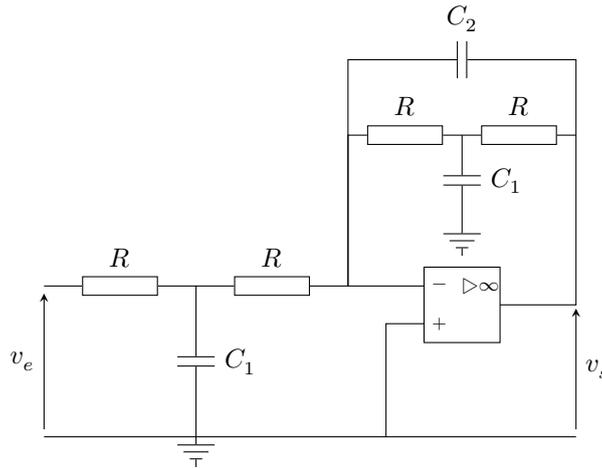


Figure 1 Filtre

La **figure 2** montre que le signal  $v_e(t)$  contient un bruit haute fréquence.

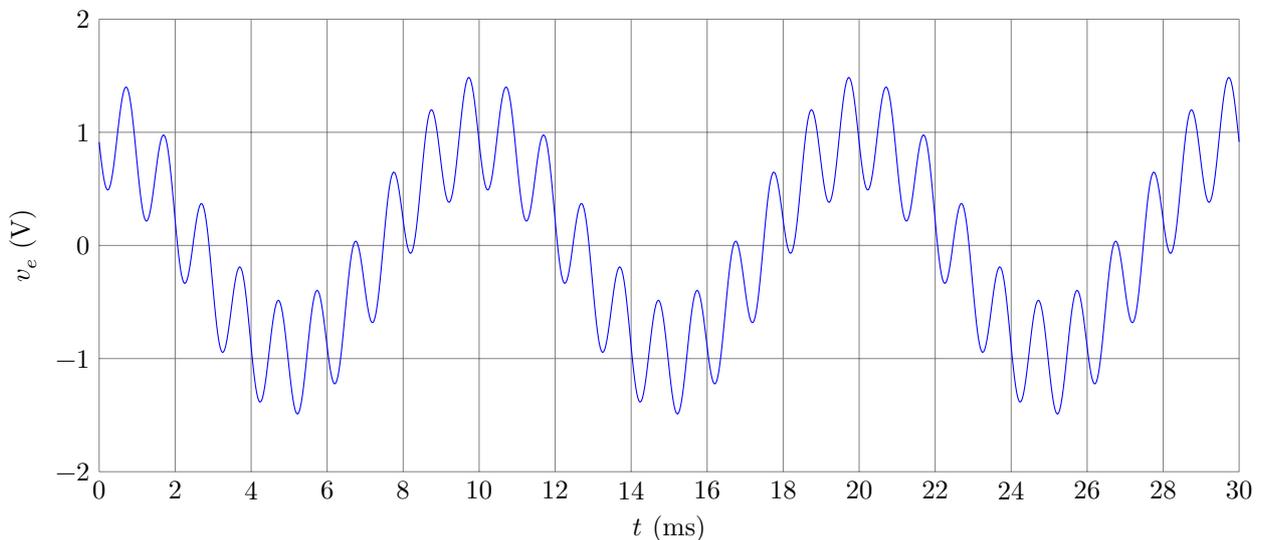
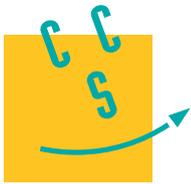


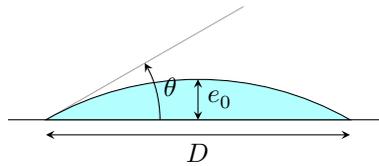
Figure 2 Signal  $v_e(t)$

1. On souhaite obtenir une tension sinusoïdale sans bruit. Comment faut-il choisir  $C_2$  ?
2. On branche la sortie à un montage amplificateur afin d'obtenir un signal d'amplitude 1 V. Préciser les caractéristiques du montage amplificateur.



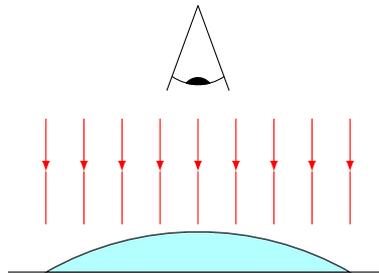
## Goutte d'eau sur matériau hydrophile

Une goutte d'eau liquide s'étale lorsqu'elle est déposée sur un matériau présentant un fort caractère hydrophile. Une mesure directe du faible angle de contact  $\theta$  est alors très peu précise.



**Figure 1** Vue en coupe d'une goutte d'eau sur un support hydrophile

Une méthode indirecte consiste à éclairer toute la goutte — posée sur un support partiellement réfléchissant — par un faisceau incident monochromatique parallèle suffisamment large et de direction orthogonale au support. Une partie du faisceau incident se réfléchit sur la goutte, la partie réfractée se réfléchissant sur le support. On observe orthogonalement au support (**figure 2**).



**Figure 2**

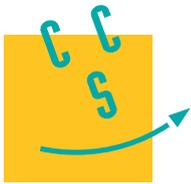
Vue la faible courbure de l'interface air-liquide, on considèrera que l'angle de réfraction est identique à l'angle d'incidence.

On supposera que l'interface air-liquide est une calotte sphérique de rayon  $R$  ( $R \gg e_0$  où  $e_0$  est l'épaisseur centrale de la goutte).

L'expérience est réalisée avec une goutte de largeur  $D = 0,400$  mm, un faisceau de longueur d'onde  $\lambda = 632,8$  nm et de l'eau d'indice  $n = 1,33$ .

1. Proposer un dispositif permettant d'éclairer la goutte sans gêner l'observation.
2. Justifier l'observation d'alternances d'anneaux sombres et brillants. Cette observation peut elle se faire à l'œil nu ?
3. On compte 30 anneaux brillants visibles. En déduire un encadrement de l'angle de contact  $\theta$ .
4. Proposer un protocole permettant de vérifier si la goutte est bien de forme sphérique.

On rappelle que le pouvoir de résolution de l'œil est d'environ 1,5 minute d'arc.



## Superposition d'une onde plane et d'une onde sphérique

Une lentille convergente ( $\mathcal{L}$ ) de diamètre  $d = 40$  mm, trouée en son centre, est utilisée comme système interférentiel à deux ondes. Le trou a un diamètre  $2R = 10$  mm et une profondeur  $e = 3,0$  mm sur l'axe. Une source de lumière ponctuelle  $S$ , monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ , est placée au foyer objet de la lentille (voir **figure 1**). On note  $n$  l'indice optique du verre dans lequel est taillée la lentille. On considèrera que l'air possède un indice optique exactement égal à 1 et on supposera que les deux ondes qui interfèrent sur l'écran situé à la distance  $f'$  de la face de sortie de ( $\mathcal{L}$ ) ont même amplitude.

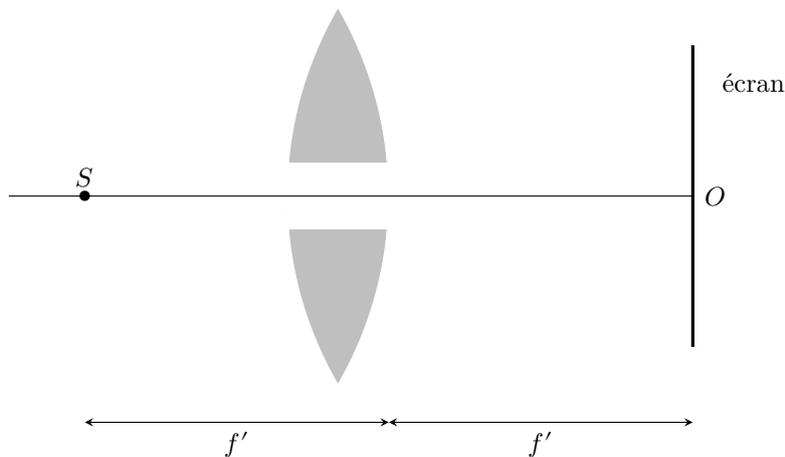
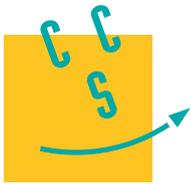


Figure 1

1. Déterminer l'expression de l'éclairement sur l'écran. Quelle est la nature des franges d'interférences ?
2. Déterminer la distance au point  $O$  (intersection de l'axe optique et de l'écran) des franges brillantes extrêmes. On fera les applications numériques.
3. Où doit-on placer l'écran pour obtenir le plus grand nombre de franges ?

### Données numériques

- Longueur d'onde dans le vide émise par la source ponctuelle  $S$  :  $\lambda_0 = 586$  nm.
- Distance focale  $f' = 20$  cm.
- Indice du verre de ( $\mathcal{L}$ ) pour la longueur d'onde utilisée  $n = 1,52$ .



## Réflexion de l'onde émise par un téléphone portable

On désire modéliser, de manière simple, les problèmes de réflexion des ondes sur un immeuble en téléphonie mobile. Le champ électrique de l'onde émise par une station de base s'écrit

$$\vec{E}_i(x, t) = E_0 \exp\left(j\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right) \vec{e}_z$$

où  $\omega$  représente la pulsation temporelle et  $\lambda$  la longueur d'onde.

On prendra une fréquence temporelle  $f = 860$  MHz.

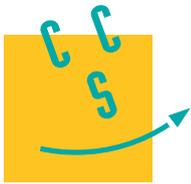
Un immeuble situé en  $x = L$  réfléchit l'onde sans l'atténuer et sans modifier sa polarisation. Ainsi

$$r = \frac{\vec{E}_r(x = L, t)}{\vec{E}_i(x = L, t)} = e^{j\phi}$$

où  $\vec{E}_r(x, t)$  désigne le champ électrique de l'onde réfléchie réputée plane, progressive, monochromatique.

On admet que la puissance  $\mathcal{P}$  reçue par le téléphone mobile est proportionnelle à la valeur moyenne dans le temps du carré du champ électrique. Il existe une puissance  $\mathcal{P}_S$  en dessous de laquelle la réception d'un signal est impossible. On admettra que la moyenne suivant  $x$  de  $\mathcal{P}$  est égale à  $10\mathcal{P}_S$ .

1. Écrire le champ électrique de l'onde résultante et caractériser cette onde.
2. Le téléphone mobile se déplace à une vitesse  $v$  constante suivant l'axe des  $x$ . Quelle est la durée moyenne des coupures ? On fera l'application numérique pour  $v = 4,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  et  $v = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Commenter.
3. Par ailleurs en milieu urbain, les retards des trajets réfléchis par rapport aux trajets directs sont de l'ordre de  $1 \mu\text{s}$ .
  - a. Quelle est la valeur typique de  $L - x$  associée à ce retard ?
  - b. On suppose que pour cette valeur typique de  $L - x$  et pour la fréquence  $f$ , le signal reçu par le mobile de la part de la station de base a une puissance nulle. On augmente alors la fréquence de  $f$  à  $f + \delta f$  pour rétablir la communication. Déterminer numériquement la valeur minimale à donner à  $\delta f$ .



### Wattmètre

On considère un dipôle d'impédance complexe  $Z = 5 + 10j$  (en  $\Omega$ ) alimenté par une tension sinusoïdale  $v(t) = V\sqrt{2}\cos\omega t$ . On exprime le courant  $i(t)$  de la façon suivante :  $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$ .

On prendra :  $V = 230$  V et  $f = 50$  Hz.

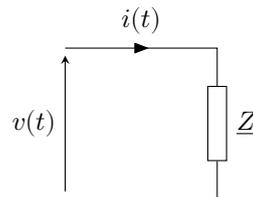


Figure 1 Dipôle

1. Calculer  $I$  et  $\varphi$  ainsi que la puissance moyenne  $\mathcal{P}_{\text{moy}}$  reçue par le dipôle.
2. Dans le circuit ci-dessous, l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire.

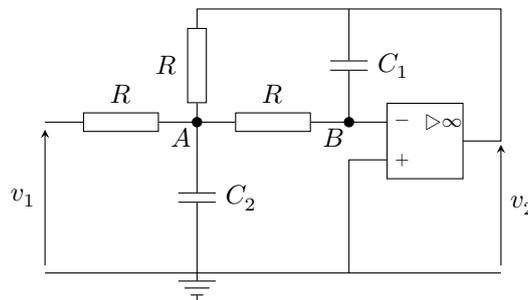


Figure 2 Filtre

Donner la nature du filtre et préciser ses caractéristiques.

3. Un wattmètre électronique est réalisé selon le schéma fonctionnel suivant :

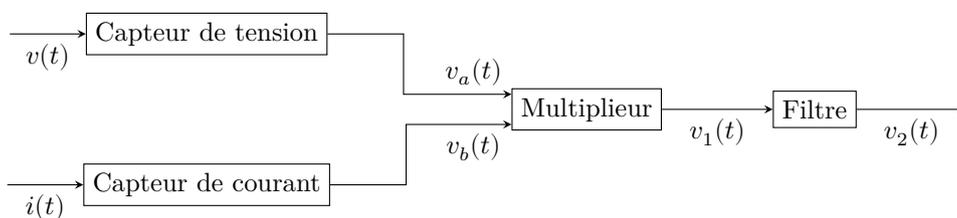
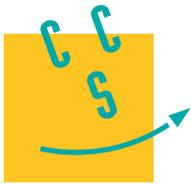


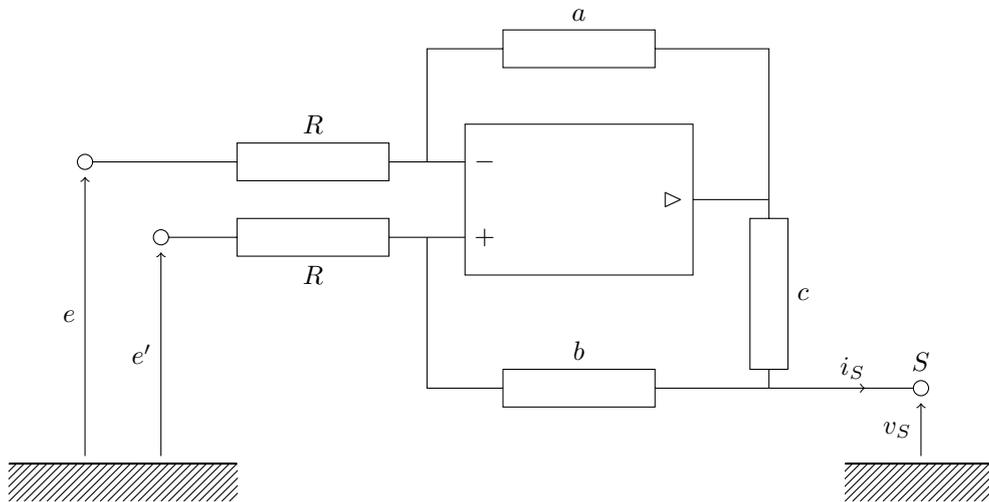
Figure 3

Le capteur de tension fournit une tension image de  $v(t)$  :  $v_a(t) = k_a v(t)$ . Le capteur de courant fournit une tension image de  $i(t)$  :  $v_b(t) = k_b i(t)$ . Le multiplieur produit la tension  $v_1(t) = k v_a(t) v_b(t)$ .

Proposer une valeur de la fréquence propre et du facteur de qualité du filtre étudié précédemment permettant d'obtenir une tension proportionnelle à la puissance moyenne.



Qu'est-ce que c'est ?



L'amplificateur opérationnel du montage ci-dessus est idéal ; on suppose qu'il fonctionne en régime linéaire.

Deux générateurs idéaux de tension imposent  $e$  et  $e'$ . Un dipôle quelconque (non nécessairement linéaire) est branché entre  $S$  et la masse.

1. Le courant de sortie  $i_S$  n'est fonction que de  $e$ ,  $e'$  et  $v_S$  et des résistances du montage  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $R$ .

Préciser la forme générale de cette fonction. On ne fera pas nécessairement le calcul de  $i_S$  pour répondre à cette question.

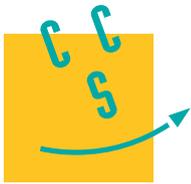
*Pour la suite, on aura avantage à utiliser un logiciel de calcul formel.*

2. Comment faire de ce montage un générateur idéal de courant (générateur de Norton) entre  $S$  et la masse ?

Quelle est l'expression de son courant de court-circuit en fonction de  $e$ ,  $e'$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $R$  ?

3. On prend  $b = c = R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $e' = 0$  et  $e = 1 \text{ V}$ . Le dipôle branché entre  $S$  et la masse est résistif, de valeur  $R_c$ .

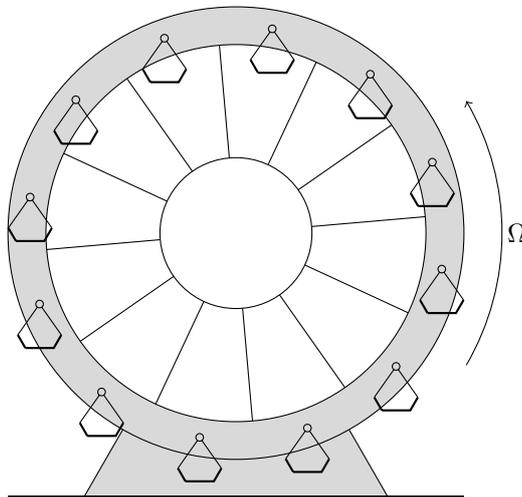
Quelles sont les valeurs de  $R_c$  compatibles avec le fonctionnement linéaire du montage ? On proposera des ordres de grandeur.



## Un pendule dans une grande roue

Un chronomètre est réalisé par association d'un dispositif à oscillations périodiques et d'un compteur qui compte et affiche le nombre  $N$  d'oscillations pendant une durée donnée. Nous modélisons ici le dispositif oscillant par un pendule simple (fil inextensible de longueur  $\ell$  comportant une masse  $m$  à son extrémité) oscillant dans le champ de pesanteur local ; on étudie de petites oscillations du pendule et le compteur enregistre le nombre de passages du fil par la position verticale.

1. Le pendule est au sol. Exprimer  $N$  pour une durée totale  $\Delta t$  en fonction des données.
2. Le pendule est embarqué dans une grande roue de fête foraine qui tourne à vitesse constante  $\Omega$  autour de son axe horizontal. La nacelle qui porte le pendule est articulée de sorte que son plancher reste horizontal ; le point d'attache du pendule parcourt ainsi un cercle de rayon  $R$ .



Comparer les indications  $N_0$  et  $N$  de deux pendules identiques, respectivement fixe au sol et embarqué dans la grande roue, après un tour de celle-ci. Le calcul de  $N$  pourra être exprimé sous forme d'une intégrale qu'on déterminera au moyen d'un logiciel de calcul formel.

On prendra  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $\ell = 0,10 \text{ m}$ ,  $R = 10 \text{ m}$ ,  $\Omega = 0,1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

3. *Application numérique* Calculer  $\frac{N - N_0}{N_0}$ .

À quelle(s) condition(s) un tel écart relatif pourra-t-il être mis en évidence ? On discutera, quantitativement et au besoin au moyen du logiciel de calcul, de l'influence de divers paramètres, notamment la précision sur la mesure de la longueur  $\ell$ , l'amplitude des oscillations du pendule, etc.